

# Himpunan dan Relasi Fuzzy

Bahan Kuliah

IF4058 Topik Khusus IF



Oleh: Rinaldi Munir

# Operasi pada Himpunan Tegas

1. Gabungan (*union*)

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B \}$$

$$\chi_{A \cup B}(x) = \chi_A(x) \vee \chi_B(x) = \max(\chi_A(x), \chi_B(x))$$

2. Irisan (*intersection*)

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}$$

$$\chi_{A \cap B}(x) = \chi_A(x) \wedge \chi_B(x) = \min(\chi_A(x), \chi_B(x))$$

4. Komplemen

$$A' = \{ x \mid x \notin A, x \in X \}$$

$$\chi_{A'}(x) = 1 - \chi_A(x)$$

3. Perkalian kartesian (*cartesian product*)

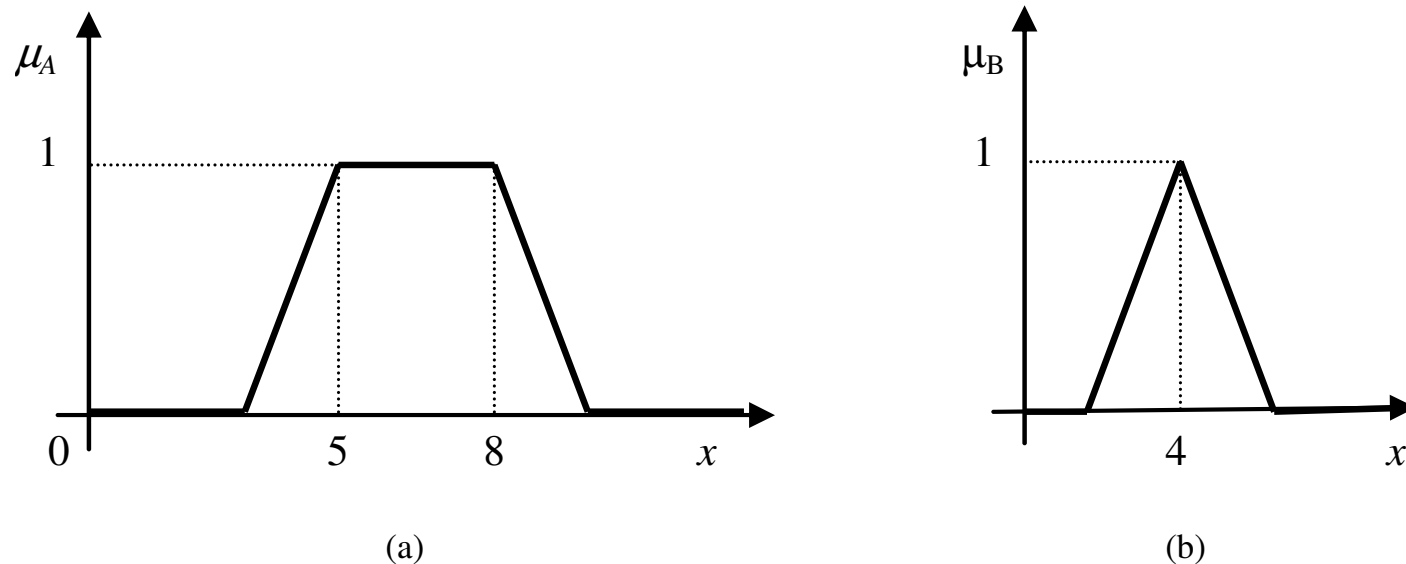
$$A \times B = \{ (a,b) \mid a \in A \text{ dan } b \in B \}$$

5. Selisih (*difference*)

$$A - B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B \} = A \cap B'$$

# Operasi pada Himpunan Fuzzy

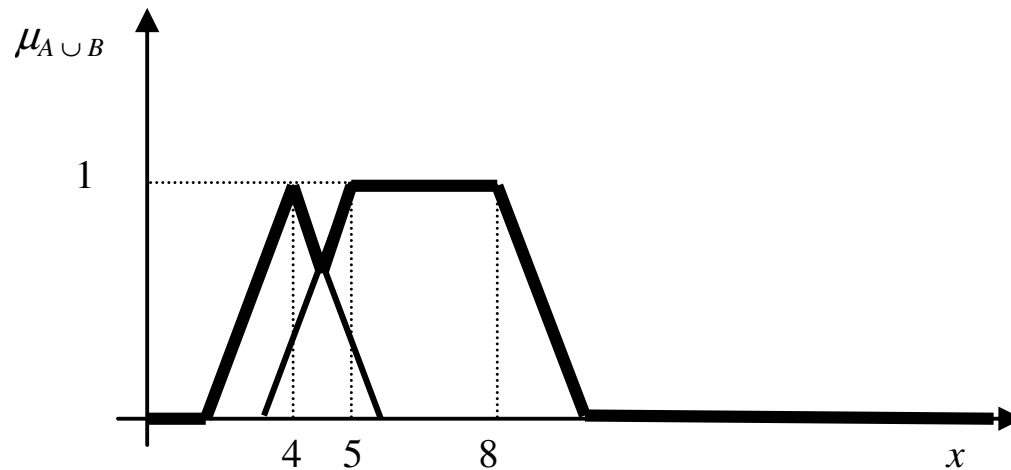
- Misalkan himpunan *fuzzy* A dan himpunan fuzzy B masing-masing memiliki fungsi keanggotaan yang grafiknya adalah sebagai berikut:



**Gambar 1** Fungsi keanggotaan himpunan A dan B.

# 1. Gabungan

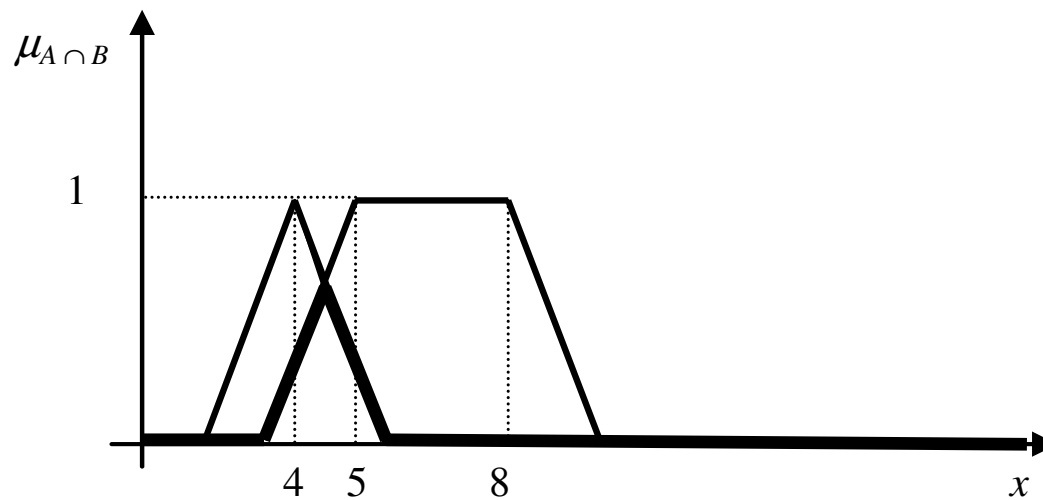
- $A \cup B \rightarrow \mu_{A \cup B} = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$
- $A \cup B$  diartikan sebagai “ $x$  dekat  $A$  atau  $x$  dekat  $B$ ”.



**Gambar 2** Grafik fungsi keanggotaan himpunan  $A \cup B$ .

## 2. Irisan

- $A \cap B \rightarrow \mu_{A \cap B} = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$
- $A \cap B$  diartikan sebagai “ $x$  dekat  $A$  dan  $x$  dekat  $B$ ”.

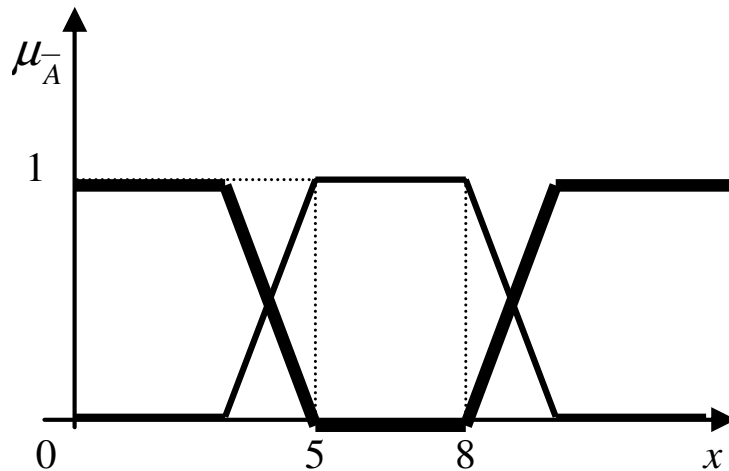


**Gambar 3** Grafik fungsi keanggotaan himpunan  $A \cap B$ .

### 3. Komplemen

$$\overline{A} \rightarrow \mu_{\overline{A}} = 1 - \mu_A(x)$$

- $\overline{A}$  diartikan sebagai “x tidak dekat A”.



**Gambar 4** Grafik fungsi keanggotaan himpunan  $\overline{A}$ .

# Sifat-sifat Himpunan Tegass

## 1. Komutatif

- $A \cup B = B \cup A$
- $A \cap B = B \cap A$

## 2. Asosiatif

- $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

## 3. Distributif

- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

## 4. Idempoten

- $A \cup A = A$
- $A \cap A = A$

## 5. Identitas

- $A \cup \emptyset = A$
- $A \cap X = A$

## 6. Involusi

- $(A')' = A$

## 7. De Morgan

- $(A \cap B)' = A' \cup B'$
- $(A \cup B)' = A' \cap B'$

## 8. Null

- $A \cap \emptyset = \emptyset$
- $A \cup X = X$



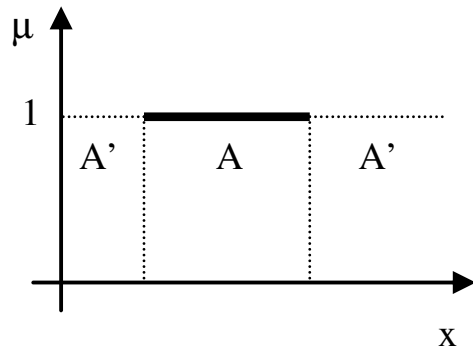
# Sifat-sifat Himpunan Fuzzy

- Sifat-sifat himpunan fuzzy sama dengan sifat himpunan tegas.
- Tetapi, ada beberapa pengecualian sebagai berikut:

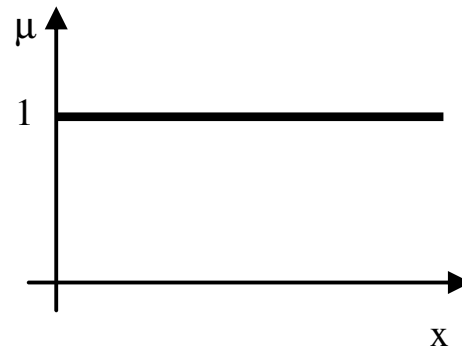
**(a) Pada himpunan tegas:**

$$A \cup A' = X$$

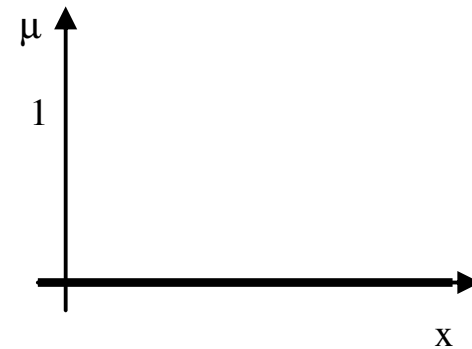
$$A \cap A' = \emptyset$$



(i)  $A$  dan  $A'$



(ii)  $A \cup A' = X$

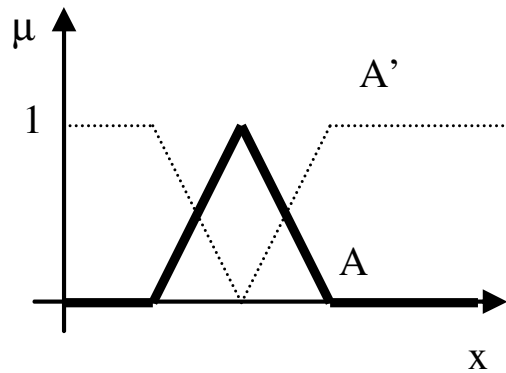


(iii)  $A \cap A' = \emptyset$

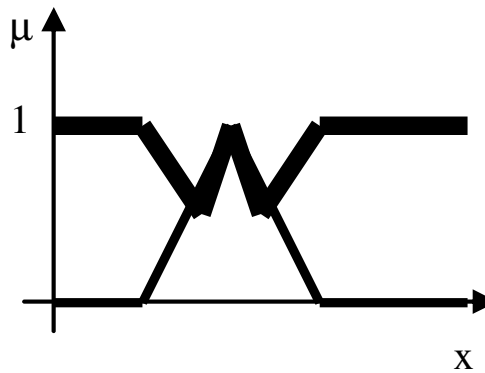
**(b) Pada himpunan fuzzy**

$$A \cup A' \neq X$$

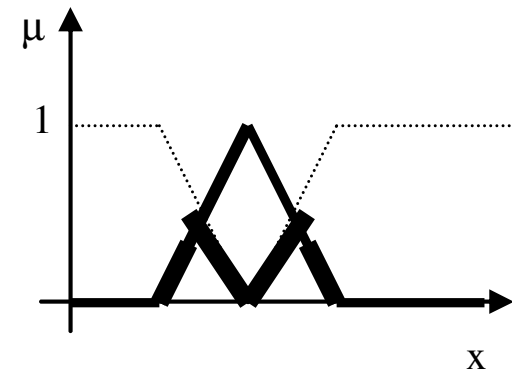
$$A \cap A' \neq \emptyset$$



(i) A dan A'



(ii)  $A \cup A' \neq X$



(iii)  $A \cap A' \neq \emptyset$

# Relasi Fuzzy

- Relasi adalah asosiasi antara dua atau lebih obyek dari dua buah himpunan.
- **Contoh:** 's lebih kecil dari t' adalah contoh relasi biner.

- **Relasi pada himpunan tegas**

**Contoh:**  $R(s,t)$  adalah relasi pada himpunan  $S$  dan  $T$ ,  $s \in S$ ,  $t \in T$ , yang berarti "s lebih kecil daripada t"

$$S = \{1, 2, 5\}; \quad T = \{2, 3\}; \quad R = \{(1, 2), (2, 3)\}$$

$R(s,t) =$

		t	
		2	3
s	1	1	0
	2	0	1
	5	0	0

## Relasi pada himpunan *fuzzy*

Relasi *fuzzy* memetakan elemen dari semesta X ke semesta lain Y dengan menggunakan perkalian kartesian dari dua buah semesta.

Misal: A himpunan *fuzzy* pada semesta X  
B himpunan *fuzzy* pada semesta Y

Relasi *fuzzy* R:

$$R = \{(x,y), \mu_R(x,y) \mid (x, y) \subseteq A \times B \}$$

$$\mu_R(x,y) = \mu_{A \times B}(x,y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

**Contoh:** Misal  $x, y \in$  bilangan riil dan relasi R adalah relasi “x dianggap lebih besar daripada y”

$$\mu_R(x,y) = \begin{cases} 0 & , \text{ jika } x \leq y \\ (x - y)/(10y) & , \text{ jika } y < x < 11y \\ 1 & , \text{ jika } x \geq 11y \end{cases}$$

**Contoh:** Misal  $x, y \in$  bilangan bulat dan relasi R adalah “x dianggap lebih besar daripada y”

$$X = \{x_1, x_2, x_3\} \quad Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$$

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$
$x_1$	0.8	1.0	0.1	0.7
$x_2$	0.0	0.8	0.0	0.0
$x_3$	0.9	1.0	0.7	0.8